EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1=3$ și $a_3=7$. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.

5p **2.** Să se determine numerele reale *m* pentru care punctul $A(m,-1)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+1$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x+3)=2$.

5p **4.** Să se determine numărul submulțimilor cu 3 elemente ale unei mulțimi care are 5 elemente.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-2)$, $B(1,2)$ și $C(2,-1)$. Să se calculeze distanța de la punctul *C* la mijlocul segmentului *AB*.

5p **6.** Triunghiul *ABC* are $AB=8$, $AC=8$ și $m(\sphericalangle BAC)=30^\circ$. Să se calculeze aria triunghiului *ABC*.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3&1&1\\0&3&1\\0&0&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&3&4\\0&0&3\\0&0&0\end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ şi funcția $f:\mathcal{M}_3(\mathbb{R})\to\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $f(X)=X^2-3X+I_3$, unde $X^2=X\cdot X$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(I_3+B)$.

5p **b)** Să se demonstreze că $f(A)=I_3+B$.

5p **c)** Să se arate că $\left(f(A)\right)^3=I_3+3B+3B^2$, unde $\left(f(A)\right)^3=f(A)\cdot f(A)\cdot f(A)$.

2. Pe mulțimea numerelor întregi se definesc legile de compoziție $x*y=x+y-3$ şi $x\circ y=(x-3)(y-3)+3$.

5p **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația $x\circ x=x*x$.

5p **b)** Să se determine numărul întreg *a* care are proprietatea că $x\circ a=3$, oricare ar fi numărul întreg x.

5p **c)** Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases}x*(y+1)=4\\(x-y)\circ 1=5\end{cases}$, unde $x,y\in\mathbb{Z}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, $f(x)=x^3+\frac{3}{x}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in \mathbb{R}^*$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

5p **c)** Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f.

2. Se consideră funcția $f:[0,1]\to \mathbb{R}$, $f(x)=x\sqrt{2-x^2}$.

5p **a)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei *Ox*, a graficului funcției f.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x f(t)dt}{x^2}$.