

**EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ**

**Etapa a III-a – 18.05.2013**

**Clasa a XII-a 3 ore**

|                                    |  |
|------------------------------------|--|
| <b>Numele<br/>și<br/>Prenumele</b> |  |
| <b>Școala</b>                      |  |

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

**Scrieți rezolvările complete la toate exercițiile.**

**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

- 5 p** 1. Într-o progresie aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  avem  $a_2 + a_{10} = 22$ . Calculați suma primilor 11 termeni ai progresiei.
- 5 p** 2. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definită prin  $f(x) = 3x - 1$ . Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația  $f(1-x) > f(2+x)$ .
- 5 p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x^2 + 1} - x = 1$ .
- 5 p** 4. Determinați numărul submulțimilor cu un număr impar de elemente ale unei mulțimi cu 7 elemente.
- 5 p** 5. Calculați modulul vectorului  $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ .
- 5 p** 6. Calculați  $\cos 40^\circ + \cos 120^\circ + \cos 140^\circ$ .

**SUBIECTUL II (30 de puncte)**

- 5 p** 1. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ .
- 5 p** a) Determinați numerele reale  $a$  și  $b$  pentru care  $A^2 + aA + bI_2 = O_2$ .
- 5 p** b) Calculați  $A^{2013} - A^{2011}$ .
- 5 p** c) Calculați  $\det(A + A^2 + A^3 + A^4)$ .
2. Fie polinomul cu coeficienți reali  $f = X^3 - 3X^2 + 5X - 1$  și  $x_1, x_2, x_3$  rădăcinile sale.
- 5 p** a) Calculați  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ .
- 5 p** b) Arătați că polinomul  $f$  are exact o rădăcină reală.
- 5 p** c) Calculați  $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3)$ .

**SUBIECTUL III (30 de puncte)**

1. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definită prin  $f(x) = e^x - x - 1$ .
- 5 p a) Rezolvați ecuația  $f'(x) = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5 p b) Determinați punctele de extrem ale funcției  $f$ .
- 5 p c) Demonstrați că funcția  $f$  este convexă pe domeniul de definiție.
2. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definită prin  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ .
- 5 p a) Calculați  $\int_1^2 \frac{1}{f(x)} dx$ .
- 5 p b) Calculați  $\int_0^2 xf(x) dx$ .
- 5 p c) Calculați aria suprafeței mărginite de axele de coordonate, graficul funcției  $f$  și dreapta de ecuație  $x = 1$ .

**Punctaj total 100 de puncte.**