

**EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA
MATEMATICĂ**

Etapa I – 16.10.2010

Clasa a XII-a – M2

Numele și Prenumele	
Școala	

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I. (50 puncte) Încercuiți răspunsul corect.

- 5p** 1. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{x+1}$ este:
A) 0; B) ∞ ; C) -1; D) 1; E) $-\infty$.
- 5p** 2. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2+1} - x)$ este:
A) 0; B) 1; C) $-\infty$; D) ∞ ; E) -1.
- 5p** 3. Valoarea limitei $\lim_{x \searrow -1} \frac{x-1}{x+1}$ este:
A) ∞ ; B) 0; C) -1; D) 1; E) $-\infty$.
- 5p** 4. Valoarea maximă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 - x^6$ este:
A) 0; B) 2; C) 6; D) 1; E) -1.
- 5p** 5. Punctul de minim al funcției $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{1}{x}$ este:
A) -2; B) e ; C) $\sqrt{2}$; D) 1; E) 0.



6. Derivata funcției $f(x) = \frac{1}{x+1}$ este:
- 5p A) $f'(x) = \frac{-x^2}{(1+x)^2}$; B) $f'(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$; C) $f'(x) = \frac{1}{2x}$; D) $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$; E) $f'(x) = \frac{-1}{(1+x)^2}$.
7. Derivata a doua a funcției $f(x) = xe^x$ este:
- 5p A) $f''(x) = e^x$; B) $f''(x) = xe^x$; C) $f''(x) = (x+2)e^x$; D) $f''(x) = (x+1)e^x$; E) $f''(x) = 1$.
8. Valoarea determinantului $\begin{vmatrix} 1+\sqrt{3} & -1 \\ 2 & 1-\sqrt{3} \end{vmatrix}$ este:
- 5p A) $\sqrt{3}$; B) 3; C) 2; D) 5; E) 0.
9. Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & m \end{pmatrix}$ are determinantul 5 pentru m egal cu:
- 5p A) 17; B) 2; C) 3; D) 4; E) -4.
10. Sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} ax + y = -2 \\ x - y = 2 \end{cases}$ are o infinitate de soluții pentru a egal cu:
- 5p A) 0; B) 1; C) -2; D) -1; E) 2.

SUBIECTUL II. (30 puncte). Scrieți rezolvările complete.

- 3 p 1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$. Calculați $\det(A + A^t)$.
- 3 p 2. Calculați determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.
- 3 p 3. Rezolvați sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - y + z = 4 \\ -x + 2y + 4z = -2 \end{cases}$.



- 3 p 4. Arătați că matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ este inversabilă.
- 3 p 5. Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + \sqrt{x}}{2x^2 + 1}$.
- 3 p 6. Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + x + 2})$.
- 3 p 7. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-3)(x-4)(x-5) + 2010$. Calculați $f'(3)$.
- 3 p 8. Fie $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$. Calculați $f''(1)$.
- 3 p 9. Arătați că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + x + 2$ este convexă.
- 3 p 10. Funcția $f: (-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ este continuă. Știind că pe intervalul $(-\infty, 0)$ avem $f(x) = x + 3^{\frac{1}{x}} + 1$, calculați $f(0)$.

SUBIECTUL III. (10 puncte). Scrieți rezolvările complete.

- 2 p 1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$. Arătați că $A^n \neq I_2$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.
- 2 p 2. Determinați toate valorile lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care matricea $\begin{pmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & x+1 \end{pmatrix}$ este inversabilă.
- 2 p 3. Determinați punctele de extrem ale funcției $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$.
- 2 p 4. Determinați asimptota verticală a graficului funcției $f: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x-1}}$.
- 2 p 5. Fie $f: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție derivabilă având $f(1) = 1$ și $f(2) = 7$. Arătați că există $c \in (1, 2)$ astfel încât $f'(c) = 4c$.

Total punctaj maxim 100 puncte.

