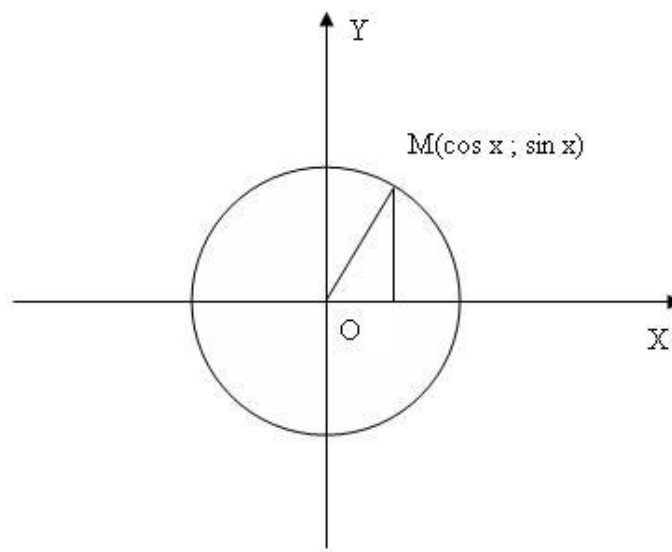


Fișă de lucru – cls. X – liceu tehnologic
 Prof. Cornelia Mestecan
 Funcții trigonometrice

Cercul trigonometric

este $C(O;1)$ - cercul de centru O și raza 1

$$x = \text{măs } \angle(OM;OX)$$



Măsurile unghiurilor se exprimă cu ajutorul gradelor sexagesimale și a radianilor

Măsura în radiani a unui unghi $= l = \frac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180^\circ}$, unde α° este măsura în grade a celui unghi

Grade sexagesimale	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Radiani	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

Definiții

Funcția sinus $\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1;1]$, $\sin x = \text{ordonata lui } M$	Funcția cosinus $\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1;1]$, $\cos x = \text{abscisa lui } M$
Funcția tangentă $tg : \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $tgx = \frac{\sin x}{\cos x}$	Funcția cotangentă $ctg : \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$, $ctgx = \frac{\cos x}{\sin x}$

Proprietăți

P1. Funcțiile sinus și cosinus sunt periodice cu perioada principală $T = 2\pi$

adică $\sin(x + 2k\pi) = \sin x, k \in \mathbb{Z}$ și $\cos(x + 2k\pi) = \cos x, k \in \mathbb{Z}$

P2. Funcțiile tangentă și cotangentă sunt periodice cu perioada principală $T = \pi$

adică $tg(x + k\pi) = tgx, k \in \mathbb{Z}$ și $ctg(x + k\pi) = ctgx, k \in \mathbb{Z}$

P3. Funcțiile sinus, tangentă și cotangentă sunt funcții impare, iar funcția cosinus este funcția pară:

$$\sin(-x) = -\sin x, x \in \mathbb{R}, \quad tg(-x) = -tgx, x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}, \quad ctg(-x) = -ctgx, x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\},$$

$$\cos(-x) = \cos x, x \in \mathbb{R}$$

Vă reamintim că:

Dacă studiem pozițiile punctului M pe cercul trigonometric constatăm :

	Cadranul I $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$	Cadranul II $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$	Cadranul III $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$	Cadranul IV $x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+
tg	+	-	+	-
ctg	+	-	+	-

Formule de reducere la primul cadran

$x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$	$x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$	$x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$
$\sin x = \sin(\pi - x)$ $\cos x = -\cos(\pi - x)$	$\sin x = -\sin(x - \pi)$ $\cos x = -\cos(x - \pi)$	$\sin x = -\sin(2\pi - x)$ $\cos x = \cos(2\pi - x)$

Reprezentarea grafică a funcțiilor trigonometrice

1. Funcția **sinus** : $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1; 1], f(x) = \sin x$

folosim faptul că funcția este periodică cu perioada principală $T = 2\pi$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0

Tema 1

Desenați graficul funcției în sistemul cartezian XOY, apoi studiați graficul funcției și stabiliți:

- 1) Pe ce intervale este funcția strict crescătoare?
- 2) Pe ce intervale este funcția strict descrescătoare?
- 3) Pe ce intervale este funcția bijectivă?
- 4) Pe ce intervale este funcția convexă / concavă?

2. Funcția **cosinus**: $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1; 1], f(x) = \cos x$

folosim faptul că funcția este periodică cu perioada principală $T = 2\pi$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1

Tema 2

Desenați graficul funcției în sistemul cartezian XOY, apoi studiați graficul funcției și stabiliți:

1. Desenați graficul funcției cosinus după modelul funcției sinus
2. Pe ce intervale este funcția strict crescătoare?
3. Pe ce intervale este funcția strict descrescătoare?
4. Pe ce intervale este funcția bijectivă?

5. Pe ce intervale este funcția convexă / concavă?

3. Funcția **tangentă**, $f : \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{tg} x$

folosim faptul că funcția este periodică cu perioada principală $T = \pi$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0		0

Tema 3

Desenați graficul funcției în sistemul cartezian XOY, apoi studiați graficul funcției și stabiliți:

1. Pe ce intervale este funcția strict crescătoare?
2. Pe ce intervale este funcția strict descrescătoare?
3. Pe ce intervale este funcția bijectivă?
4. Pe ce intervale este funcția convexă / concavă?

4. Funcția **cotangentă**: $f : \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{ctg} x$

folosim faptul că funcția este periodică cu perioada principală $T = \pi$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
ctg		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0		0	

Tema 4

Desenați graficul funcției în sistemul cartezian XOY, apoi studiați graficul funcției și stabiliți:

1. Pe ce intervale este funcția strict crescătoare?
2. Pe ce intervale este funcția strict descrescătoare?
3. Pe ce intervale este funcția bijectivă?
4. Pe ce intervale este funcția convexă / concavă?

Tema 5

1. Calculați a) $\sin 135^\circ$; b) $\cos \frac{11\pi}{6}$; c) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$; d) $\sin \frac{235\pi}{6}$; e) $\cos \frac{1273\pi}{3}$, folosind proprietățile P1, P2 și formulele de reducere la primul cadran.
2. Să se precizeze semnul numerelor: a) $\sin 3$; b) $\sin 5$; c) $\cos 2$; d) $\cos \frac{11\pi}{5}$; e) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{8}$; f) $\operatorname{tg} \frac{9\pi}{14}$.
3. Să se reprezinte grafic funcțiile: a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + 1$; b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 \sin x$; c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 \cos x + 1$; d) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos 3x$; e) $f : \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 \operatorname{tg} x$.