

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 13 martie 2010
Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

CLASA a IX-a

1. Un elev dorește să cumpere 33 ciocolate, dintr-un magazin unde acestea sunt ambalate în cutii de câte 6, 9 și respectiv 20 bucăți, fără ca acestea să poată fi vândute la bucată.

- a) În câte moduri poate elevul să realizeze acest lucru?
- b) În aceleași condiții, poate elevul să cumpere 43 ciocolate?

2. Numerele reale pozitive $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$, sunt, în această ordine, în progresie aritmetică de rație $r > 0$ și pentru care $r \cdot a_1 = 18$. Determinați termenii progresiei astfel încât suma termenilor acesteia să fie minimă?

3. Fie $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ și sistemul de ecuații:
$$\begin{cases} x - 2y = a \\ y - 2z = b \\ z - 2x = c \end{cases}$$

Să se arate că pentru orice soluție (x, y, z) a sistemului avem $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

4. Considerăm triunghiul ABC, având laturile $AB = c$ și $AC = b$. În planul acestuia se consideră punctele M, N, D astfel încât: $\overrightarrow{AM} = b \cdot \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = c \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD} = b \cdot \overrightarrow{AB} + c \cdot \overrightarrow{AC}$.

Demonstrați că :

- a) $(AM) \equiv (AN)$;
- b) Patrulaterul $AMDN$ este paralelogram;
- c) (AD) este bisectoarea unghiului $\widehat{BAC}$.

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7