

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ

Examenul de bacalaureat național 2013**Proba E. c) simulare - 23.04.2013****Matematică $M_{\text{mate-info}}$**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică și pentru filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică;

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I**(30 de puncte)**

- 5p. 1) Să se calculeze $(1+i)^{20}$;
- 5p. 2) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $|4-x| + |x-3| = 1$;
- 5p. 3) Să se arate că funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 + x + 1$ nu este injectivă;
- 5p. 4) Să se determine $n \in N^*$ pentru care mulțimea $\{1, 2, \dots, n\}$ are exact 120 de submulțimi cu două elemente;
- 5p. 5) Se consideră vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} - a\vec{j}$ și $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j}$. Să se arate că unghiul format de cei doi vectori este obtuz dacă și numai dacă $a > 2$;
- 5p. 6) Fie x un număr real care verifică relația $\operatorname{ctgx} - \operatorname{tgx} = 1$. Să se calculeze $\operatorname{tg} 2x$.

SUBIECTUL al II-lea**(30 de puncte)**

1. Fie $m \in R$, punctele $A(m, 1)$, $B(1-m, 2)$, $C(2m+1, 2m+1)$ și matricea $M = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1-m & 2 & 1 \\ 2m+1 & 2m+1 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p. a) Să se calculeze $\det M$;
- 5p. b) Să se arate că punctele A, B, C nu sunt coliniare, oricare ar fi $m \in R$;
- 5p. c) Să se arate că aria triunghiului ABC este mai mare sau egală cu $\frac{15}{32}$.
2. Se consideră polinomul $f = X^4 - aX^3 - aX + 1, a \in R$ și fie $x_1, x_2, x_3, x_4 \in C$ rădăcinile sale.
- 5p. a) Să se calculeze $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_3} - \frac{1}{x_4}$;
- 5p. b) Să se arate că polinomul f nu este divizibil cu $x^2 - 1$ pentru nicio valoare a lui a ;
- 5p. c) Să se calculeze $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3$ pentru $a = 2$.

SUBIECTUL al III-lea**(30 de puncte)**

- 1) Se consideră funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = \operatorname{arctgx}$.
- 5p. a) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f ;
- 5p. b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 [f(x+1) - f(x)]$;
- 5p. c) Să se arate că $f(x) < x - \frac{x^3}{3}$ pentru orice $x < 0$.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ

2) Pentru $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcția $F_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, F_n(x) = \int_0^x t^n e^{-t} dt, x > 0$.

5p. a) Să se calculeze $F_1(x), x > 0$;

5p. b) Să se determine punctele de inflexiune ale graficului funcției F_n ;

5p. c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} F_2(x)$.