

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$.
- 5p 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$ cu axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x - 1) = 2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$, acesta să fie divizor al lui 1000.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0, 0)$, $A(0, 3)$ și $B(4, 0)$. Calculați perimetrul triunghiului AOB .
- 5p 6. Arătați că $\sin x = \frac{3}{5}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{4}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p b) Verificați dacă $A \cdot (A + I_2) = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați numerele reale m pentru care $\det B = 0$, unde $B = A \cdot A + mI_2$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + X^2 + 4X + 4$.
- 5p a) Arătați că $f(-1) = 0$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + 3X + 2$.
- 5p c) Demonstrați că $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_1x_2} + \frac{1}{x_2x_3} + \frac{1}{x_3x_1} = -\frac{3}{4}$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 12x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(x - 2)(x + 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că $-16 \leq f(x) \leq 16$, pentru orice $x \in [-2, 2]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x^4 + 3x^2 + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 3x^2 - 1) dx = 1$.
- 5p b) Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 2$.
- 5p c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}, 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$	3p
	$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$	2p
2.	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$	3p
	$x_1 = 1$ și $x_2 = 2$	2p
3.	$2x - 1 = 5^2$	3p
	$x = 13$, care verifică ecuația	2p
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	1p
	În mulțimea A sunt 4 divizori ai lui 1000, deci sunt 4 cazuri favorabile	2p
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{9}$	2p
5.	$AO = 3, BO = 4, AB = 5$	3p
	$P_{\triangle AOB} = 3 + 4 + 5 = 12$	2p
6.	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$	3p
	Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x = \frac{3}{5}$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} =$	2p
	$= -1 \cdot 0 - 1 \cdot 0 = 0$	3p
b)	$A + I_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	2p
	$A \cdot (A + I_2) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	3p
c)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1+m & -1 \\ 0 & m \end{pmatrix}, \det B = m(m+1)$	3p
	$\det B = 0 \Leftrightarrow m = -1$ sau $m = 0$	2p
2.a)	$f(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 + 4 \cdot (-1) + 4 =$	3p
	$= -1 + 1 - 4 + 4 = 0$	2p
b)	Câtul este $X - 2$	3p
	Restul este $8X + 8$	2p

c)	$x_1 + x_2 + x_3 = -1, x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 4, x_1x_2x_3 = -4$	3p
	$\frac{(x_2x_3 + x_1x_3 + x_1x_2) + (x_3 + x_1 + x_2)}{x_1x_2x_3} = \frac{4 + (-1)}{-4} = -\frac{3}{4}$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 3x^2 - 12 =$	3p
	$= 3(x^2 - 4) = 3(x - 2)(x + 2), x \in \mathbb{R}$	2p
b)	$f(2) = -16, f'(2) = 0$	2p
	Ecuția tangentei este $y - f(2) = f'(2)(x - 2) \Rightarrow y = -16$	3p
c)	$f'(-2) = 0, f'(2) = 0$ și $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [-2, 2]$	3p
	$f(2) \leq f(x) \leq f(-2) \Rightarrow -16 \leq f(x) \leq 16$, pentru orice $x \in [-2, 2]$	2p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) - 3x^2 - 1) dx = \int_0^1 5x^4 dx = x^5 \Big _0^1 =$	3p
	$= 1 - 0 = 1$	2p
b)	$\mathcal{A} = \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (5x^4 + 3x^2 + 1) dx = (x^5 + x^3 + x) \Big _1^2 =$	3p
	$= (2^5 + 2^3 + 2) - (1^5 + 1^3 + 1) = 39$	2p
c)	$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x), x \in \mathbb{R}$	2p
	$F'(x) = 5x^4 + 3x^2 + 1 > 0$ pentru orice număr real x , deci F este crescătoare pe $\mathbb{R}$	3p