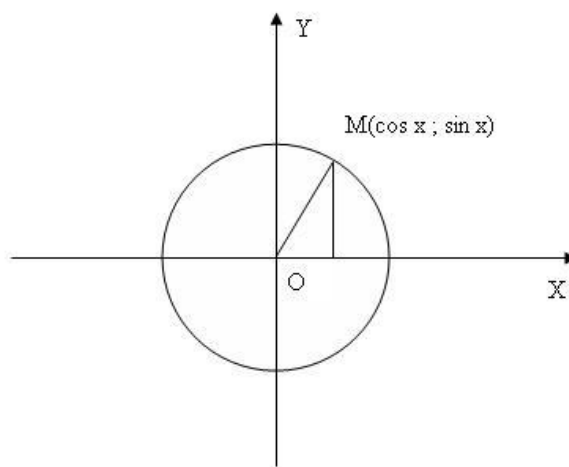


Cercul trigonometric

este $C(O;1)$ - cercul de centru O și

raza 1

$$x = \text{măs } \angle(OM;OX)$$



Măsurile unghiurilor se exprimă cu ajutorul gradelor sexagesimale și a radianilor

Măsura în radiani a unui unghi $= l = \frac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180^\circ}$, unde α° este măsura în grade a celui unghi.

Completați tabelul:

Grade sexagesimale	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Radiani								

Definiții

Funcția sinus $\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1;1]$, $\sin x = \text{ordonata lui } M$	Funcția cosinus $\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1;1]$, $\cos x = \text{abscisa lui } M$
Funcția tangentă $tg : \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $tgx = \frac{\sin x}{\cos x}$	Funcția cotangentă $ctg : \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$, $ctgx = \frac{\cos x}{\sin x}$

Proprietăți

P1. Funcțiile sinus și cosinus sunt periodice cu perioada principală $T = 2\pi$

adică $\boxed{\sin(x + 2k\pi) = \sin x, k \in \mathbb{Z}}$ și $\boxed{\cos(x + 2k\pi) = \cos x, k \in \mathbb{Z}}$

P2. Funcțiile tangentă și cotangentă sunt periodice cu perioada principală $T = \pi$

adică $\boxed{tg(x + k\pi) = tgx, k \in \mathbb{Z}}$ și $\boxed{ctg(x + k\pi) = ctgx, k \in \mathbb{Z}}$

P3. Funcțiile sinus, tangentă și cotangentă sunt funcții impare, iar funcția cosinus este funcția pară:

$\boxed{\sin(-x) = -\sin x, x \in \mathbb{R}}$,
 $\boxed{tg(-x) = -tgx, x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}}$,
 $\boxed{ctg(-x) = -ctgx, x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}}$,
 $\boxed{\cos(-x) = \cos x, x \in \mathbb{R}}$

Studiați pozițiile punctului M pe cercul trigonometric și **completați tabelul** cu semnele corespunzătoare :

	Cadranul I $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$	Cadranul II $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$	Cadranul III $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$	Cadranul IV $x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$
sin				
cos				
tg				
ctg				

Formule de reducere la primul cadran

$x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$	$x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$	$x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$
$\sin x = \sin(\pi - x)$	$\sin x = -\sin(x - \pi)$	$\sin x = -\sin(2\pi - x)$
$\cos x = -\cos(\pi - x)$	$\cos x = -\cos(x - \pi)$	$\cos x = \cos(2\pi - x)$

Formule trigonometrice

1. Formula fundamentală a trigonometriei : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

2. Pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$ au loc egalitățile :

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

3. Dacă $x = y$, **scrieți în chenare** ce relații se obțin :

$$\cos 2x =$$

și

$$\sin 2x =$$

Exerciții :

- Să se calculeze : a) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$; b) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$; c) $tg\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$; d) $ctg\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.
- Să se găsească formule pentru $tg(x + y)$; $tg(x - y)$; $ctg(x + y)$; $ctg(x - y)$; $tg 2x$ și $ctg 2x$.
- Să se calculeze : $\sin 15^\circ$; $\cos 15^\circ$; $\sin 75^\circ$; $\cos 75^\circ$; $tg 15^\circ$; $ctg 15^\circ$; $tg 75^\circ$; $ctg 75^\circ$.
- Știind că $x \in (0^\circ; 90^\circ)$ și $\sin x = \frac{4}{5}$ să se calculeze $\cos x$; $tg x$; $ctg x$.
- Știind că $x \in (90^\circ; 180^\circ)$ și $\cos x = -\frac{3}{5}$ să se calculeze $\sin x$; $tg x$; $ctg x$.
- Știind că $x \in (0^\circ; 90^\circ)$, $y \in (90^\circ; 180^\circ)$, $\sin x = \frac{3}{5}$ și $\cos y = -\frac{5}{13}$ să se calculeze $\sin(x + y)$; $\cos(x + y)$; $tg(x + y)$; $ctg(x + y)$; $\sin(x - y)$; $\cos(x - y)$; $tg(x - y)$; $ctg(x - y)$.
- Știind că $x \in (0^\circ; 90^\circ)$, $y \in (180^\circ; 270^\circ)$, $\sin x = \frac{4}{5}$ și $\cos y = -\frac{12}{13}$ să se calculeze $\sin 2x$; $\cos 2y$, $tg 2x$; $ctg 2y$.
- Să se calculeze : $\sin 105^\circ$; $\sin 165^\circ$; $\frac{tg 15^\circ + ctg 15^\circ}{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}$; $\frac{1}{\cos^2 15^\circ} + \frac{1}{\sin^2 15^\circ}$.