

Progresii aritmetice	Progresii geometrice
DEF. Șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ se numește progresie aritmetică de rație r , dacă $a_{n+1} = a_n + r, \forall n \geq 1$	DEF. Șirul $(b_n)_{n \geq 1}$ se numește progresie geometrică de rație $q \neq 0$, dacă $b_{n+1} = b_n \cdot q, \quad \forall n \geq 1$

Exerciții:

1. Recunoașteți progresiile:

<https://learningapps.org/display?v=p6ab0zygt20>

2. Fie una dintre progresiile văzute anterior: $1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; 3; \frac{7}{2}; \dots$

Ce putem spune despre acest șir? - progresie aritmetică

✓ Primul termen este $a_1 = 1$

✓ Rația este $r = \frac{1}{2}$;

✓ Putem să-l calculăm pe a_8 ? Dar suma primilor 8 termeni !

$$a_1 = 1, a_2 = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = a_1 + r$$

$$\frac{3}{2} = 1 + r \Rightarrow r = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = a_2 + r = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

$$a_7 = a_6 + r = \frac{7}{2} + \frac{1}{2} = 4$$

$$a_8 = \frac{9}{2}$$

$$S_8 = a_1 + a_2 + \dots + a_8 = 1 + \frac{3}{2} + 2 + \frac{5}{2} + 3 + \frac{7}{2} + 4 + \frac{9}{2} = 10 + 12 = 22$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$S_8 = \frac{(a_1 + a_8)8}{2} = \left(1 + \frac{9}{2}\right) \cdot 4 = \frac{11}{2} \cdot 4 = 22$$

3. Mai luăm încă una dintre progresiile văzute: $5; -10; 20; -40; 80; \dots$

Ce putem spune despre acest șir? - progresie geometrică

✓ Primul termen este : $b_1 = 5$

✓ Rația este $q = -2$

✓ Putem să-l calculăm pe b_8 ? Dar suma primilor 8 termeni !

$$b_1 = 5$$

$$b_2 = b_1 \cdot q$$

$$-10 = 5 \cdot q \Rightarrow q = -2$$

$$b_3 = b_2 \cdot q$$

$$20 = -10 \cdot (-2) \quad 20 = 20, (A)$$

$$b_6 = -160, b_7 = +320, b_8 = -640$$

$$S_8 = b_1 + b_2 + \dots + b_8 = 5 - 10 + 20 - 40 + 80 - 160 + 320 - 640 = -425$$

$$S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}; \quad S_8 = 5 \frac{(-2)^8 - 1}{(-2) - 1} = 5 \frac{256 - 1}{-3} = 5 \frac{255}{-3} \\ = -5 \cdot 85 = -425$$

Progresii aritmetice	Progresii geometrice
Formula termenului general $a_n = a_1 + (n-1)r, \forall n \geq 1$	Formula termenului general $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, \forall n \geq 1$
Suma primilor n termeni $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}, \forall n \geq 1$	Suma primilor n termeni $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1, \forall n \geq 1$

4. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$, în care $a_1 = 3$ și $a_4 = 24$.

Să se calculeze a_{10} și S_{13}

Obs: la orice progresie este important să cunoștem 3 lucruri:

1. Natura progresiei (aritmetică sau geometrică)
2. Primul termen
3. Rația

Progresie aritmetică

$$a_1 = 3$$

$$a_4 = 24$$

$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$24 = 3 + 3r \Rightarrow 3r = 21 \Rightarrow r = 7$$

$$a_{10} = a_1 + 9r = 3 + 9 \cdot 7 = 66$$

$$a_{13} = a_1 + 12r = 3 + 12 \cdot 7 = 87$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \quad S_{13} = \frac{(a_1 + a_{13}) \cdot 13}{2} = \frac{(3 + 87) \cdot 13}{2} = 45 \cdot 13 = 585$$

5. Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$, în care $b_1 = 2$ și $b_4 = 54$.

a) Să se arate că $b_6 = 486$

b) Să se calculeze S_{20}