



Breviar teoretic

Funcția putere . Funcția radical

Definiție. Fie $n \in \mathbb{N}^*$. Funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow D$, $f(x) = x^n$, unde $D = \mathbb{R}$, dacă n este impar și $D = [0; +\infty)$ dacă n este par, se numește **funcție putere de exponent natural n** .

Proprietățile funcției putere pentru $n=2$

1. f este strict descrescătoare pe $(-\infty; 0)$ și strict crescătoare pe $[0; +\infty)$
2. f este convexă pe $\mathbb{R}$
3. f nu este injectivă pe $\mathbb{R}$ dar este injectivă pe $[0; +\infty)$
4. restricția funcției f la $[0; +\infty)$, adică $f : [0; +\infty) \rightarrow [0; +\infty)$, $f(x) = x^2$ este bijectivă deci inversabilă, inversa sa este $f^{-1} : [0; +\infty) \rightarrow [0; +\infty)$, $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$ (funcția radical de ordinul doi)

Proprietățile funcției putere pentru $n=3$

1. f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$
2. f este concavă pe $(-\infty; 0)$ și convexă pe $[0; +\infty)$
3. f este bijectivă pe $\mathbb{R}$ și inversabilă, inversa ei fiind $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ (funcția radical de ordinul trei)

Definiție. Funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$, $n \geq 2$, unde $D = \mathbb{R}$, dacă n este impar și $D = [0; +\infty)$ dacă n este par, se numește **funcție radical de ordinul n** .

Proprietățile funcției radical pentru $n=2$

1. f este strict crescătoare pe $[0; +\infty)$
2. f este concavă pe $\mathbb{R}$
3. funcția $f : [0; +\infty) \rightarrow [0; +\infty)$, $f(x) = \sqrt{x}$ este bijectivă și inversabilă, inversa funcției fiind $f^{-1} : [0; +\infty) \rightarrow [0; +\infty)$, $f^{-1}(x) = x^2$.

Proprietățile funcției radical pentru $n=3$

1. f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$
2. f este convexă pe $(-\infty; 0)$ și concavă pe $[0; +\infty)$
3. f este bijectivă pe $\mathbb{R}$ și inversabilă, inversa ei fiind $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f^{-1}(x) = x^3$

Rezolvări de ecuații iraționale ce conțin radicali de ordinul 2 sau 3

-Se numesc **ecuații iraționale**, ecuațiile care conțin necunoscuta sub semnul radical.

-Metoda obișnuită de rezolvare a ecuațiilor iraționale constă în eliminarea radicalilor prin diferite transformări, reducându-le la ecuații raționale echivalente; acest lucru se face prin ridicări la putere astfel încât să dispară radicalii. Înainte de a trece la rezolvarea efectivă a ecuației, se pun condiții de existență a radicalilor pentru a obține D – mulțimea / domeniul de existență a ecuației, respectiv a soluțiilor; radicalii de ordin par au sens numai pentru numere pozitive. Se izolează radicalii (dacă este posibil) pentru a se putea ridica la putere și a se obține o ecuație mai simplă. Se ține cont de faptul că cei doi membrii ai unei ecuații trebuie să aibă același semn (la ecuațiile cu radicali de ordin par). Se rezolvă ecuația obținută, se verifică dacă numărul / numerele găsite aparțin domeniului de existență a soluțiilor D , după care se scrie S - soluția ecuației.

Clasa a X-a

Algoritm de rezolvare a unei ecuații iraționale simple:

1. $\sqrt{E(x)} = a, a \geq 0$

Condiție de existență a radicalului: $E(x) \geq 0$ inecuație care se rezolvă, rezultă $x \in D$, D este domeniul de existență a radicalului dar și a soluțiilor

Rezolvare: $\sqrt{E(x)} = a \mid^2 \Leftrightarrow E(x) = a^2 \Rightarrow x_1$ sau mai multe numere (soluții ale acestei ecuații)

Verificare: $x_1 \in D \Rightarrow S = \{x_1\}$ sau $x_1 \notin D \Rightarrow S = \Phi$, verificarea se face pentru fiecare număr găsit la rezolvare

2. $\sqrt{E(x)} = a, a < 0$

$$\underbrace{\sqrt{E(x)}}_{\geq 0} = \underbrace{a}_{< 0} \text{ rezultă că ecuația nu are soluții adică } S = \Phi$$

3. $\sqrt[3]{E(x)} = a, a \in \mathbb{R}$

Obs. Pentru radicalii de ordinul 3 nu se pun condiții aceștia având sens pentru orice număr real, deci $D = \mathbb{R}$

Rezolvare: $\sqrt[3]{E(x)} = a \mid^3 \Leftrightarrow E(x) = a^3 \Rightarrow x_1$ sau mai multe numere (soluții ale acestei ecuații)

Verificare: $x_1 \in D \Rightarrow S = \{x_1\}$ sau $x_1 \notin D \Rightarrow S = \Phi$, verificarea se face pentru fiecare număr găsit la rezolvare

4. -Dacă ecuația are mai mulți radicali de ordinul 2, se pun condiții pentru toți radicalii, domeniul fiind intersecția intervalelor obținute, rezolvarea se face prin ridicare la putere și se pot folosi eventual formulele de calcul prescurtat $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

-Dacă ecuația are mai mulți radicali de ordinul 3, rezolvarea se face prin ridicare la putere și se pot folosi eventual formulele de calcul prescurtat $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

