

Asimptote_noțiuni teoretice_recapitulare

Asimptotele sunt drepte care se folosesc pentru studiul comportamentului ramurilor infinite ale graficelor funcțiilor. Aceste drepte numite *asimptote*, au proprietatea că ramurile infinite ale graficelor se aproprie oricât de mult de ele. Asimptotele pot fi împărțite în două clase: **asimptote verticale** (paralele cu axa OY) și **asimptote oblice** (neparalele cu axa OY). Dintre asimptotele oblice se desprind **asimptotele orizontale** (paralele cu axa OX).

1.Asimptotele oblice

Definiție. Fie funcția $f : (a; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$. Spunem că dreapta d de ecuație $y = mx + n$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ pentru graficul funcției f dacă $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx - n) = 0$. Dacă $m \neq 0$, **asimptota** se numește **oblică** spre $+\infty$, iar dacă $m = 0$, asimptota se numește **orizantală** spre $+\infty$.

Asimptota oblică și cea orizantală se exclud reciproc!!!

Analog se definesc asimptotele oblice și orizontale spre $-\infty$.

Teoremă. Dreapta d de ecuație $y = mx + n$ este asimptotă spre $+\infty$ pentru graficul funcției f dacă și numai dacă există și sunt finite

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \text{ și } n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx)$$

Algoritm – determinarea asimptotelor oblice

a) dacă $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = n, n \in \mathbb{R}$ (finit), atunci dreapta $y = n$ este **asimptota orizantală** spre $+\infty$

b) dacă $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ nu este finită, atunci avem două cazuri:

- dacă există și sunt finite

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \text{ și } n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx)$$

atunci dreapta $y = mx + n$ este **asimptota oblică** spre $+\infty$

- dacă cel puțin una din limitele: $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$, $n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx)$ este infinită sau nu există, atunci nu există asimptotă spre $+\infty$

Analog se determină asimptotele spre $-\infty$

2.Asimptote verticale

Definiție. Fie funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}, D \subset \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}$, un punct de acumulare pentru D . Spunem că dreapta d de ecuație $x = a$ este **asimptotă verticală** la stânga (respectiv la dreapta) la graficul funcției f dacă

$$\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x < a}} f(x) = \pm \infty$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x) = \pm \infty$$