

FIȘĂ CU SUGESTII PENTRU REZOLVAREA COMPLETĂ A EXERCITIILOR

Clasa a X-a **Dreapta**

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Recapitulare: Ecuațiile dreptei în plan

- $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2)$ în sistemul xOy , $\overline{M_1M_2} = (x_2 - x_1) \cdot \vec{i} + (y_2 - y_1) \cdot \vec{j}$,
- $|\overline{M_1M_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = d(M_1; M_2) = l([M_1; M_2])$
- $M(x_M; y_M)$ mijlocul segmentului $[AB]$, $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B) \Rightarrow x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$;
- $G(x_G; y_G)$ centrul de greutate al triunghiului ABC ,
- $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C) \Rightarrow x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$;
- ecuația generală este $d: ax + by + c = 0, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ sau $b \neq 0$
- ecuația dreptei determinată de punctul $M_0(x_0; y_0)$ și vectorul $\vec{v}(a; b)$ este $d: \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$
- ecuația dreptei de pantă m care trece prin punctul $M_0(x_0; y_0)$ este $d: y - y_0 = m(x - x_0), m \in \mathbb{R}$
- ecuația dreptei care trece prin punctele $M_1(x_1; y_1)$ și $M_2(x_2; y_2)$ este
- $M_1M_2: \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}, x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2$,
- panta dreptei M_1M_2 este $m_{M_1M_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- distanța de la un punct $M_0(x_0; y_0)$ la dreapta $d: ax + by + c = 0$, este $d(M_0; d) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Condiții de paralelism, condiții de coliniaritate; linii importante în triunghi

-pozițiile relative ale dreptelor în plan

$d_1; d_2$	$d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ $d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$	$d_1: y = m_1x + n_1$ $d_2: y = m_2x + n_2$
Coincid	$d_1 = d_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	$d_1 = d_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$ și $n_1 = n_2$
Paralele	$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$ și $n_1 \neq n_2$
Perpendiculare	$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = 0$	$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$

FIȘĂ CU SUGESTII PENTRU REZOLVAREA COMPLETĂ A EXERCITIILORClasa a X-a **_Dreapta**

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Exercițiul 5/Sub. I/varianta 9/ M_tehnologic/2025

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,0)$, $B(0,6)$, $C(5,4)$ și D , mijlocul segmentului AC . Determinați distanța dintre punctele B și D .

R: Se dau punctele: $A(1,0)$, $B(0,6)$, $C(5,4)$

$D(x_D, y_D)$ este mijlocul segmentului AC

Se cere : $d(B, D)$

$D(x_D, y_D)$ este mijlocul segmentului AC

$$\left. \begin{aligned} x_D &= \frac{x_A + x_C}{2} \Rightarrow x_D = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow x_D = 3 \\ y_D &= \frac{y_A + y_C}{2} \Rightarrow y_D = \frac{0+4}{2} = \frac{4}{2} \Rightarrow y_D = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow D(3,2)$$

$$d(B, D) = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2}$$

$$d(B, D) = \sqrt{(3-0)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{3^2 + (-4)^2}$$

$$d(B, D) = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} \Rightarrow d(B, D) = 5$$

Exercițiul 5/Sub. I/varianta 9/ M_pedagogic/2025

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(3,2)$ și $C(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b , știind că punctul B este mijlocul segmentului AC .

R: Se dau punctele: $A(3,0)$, $B(3,2)$ și $C(a,b)$, $a, b \in \mathbb{R}$

$B(x_B, y_B)$ este mijlocul segmentului AC

Se cer : $a, b \in \mathbb{R}$

$B(x_B, y_B)$ este mijlocul segmentului AC

$$x_B = \frac{x_A + x_C}{2} \Rightarrow 3 = \frac{3+a}{2} \Rightarrow 6 = 3+a \Rightarrow a = 3$$

$$y_B = \frac{y_A + y_C}{2} \Rightarrow 2 = \frac{0+b}{2} \Rightarrow 4 = b \Rightarrow b = 4$$

FIȘĂ CU SUGESTII PENTRU REZOLVAREA COMPLETĂ A EXERCITIILORClasa a X-a **Dreapta**

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Exercițiul 5/Sub. I/varianta 3/ M_mate-info/2025

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(6,2)$ și $C(4,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care dreptele AC și OB sunt paralele.

R: Se dau punctele: $A(1,3)$, $B(6,2)$ și $C(4,a)$, $a \in \mathbb{R}$

dreptele AC și OB sunt paralele

Se cere : $a \in \mathbb{R}$

$$AC \parallel OB \Leftrightarrow m_{AC} = m_{OB} \text{ (pante egale)}$$

$$O(0,0)$$

$$m_{AC} = m_{OB} \Leftrightarrow \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{y_B - y_O}{x_B - x_O} \Leftrightarrow \frac{a-3}{4-1} = \frac{2-0}{6-0} \Leftrightarrow \frac{a-3}{3} = \frac{2}{6}$$

$$\Rightarrow a-3=1 \Rightarrow a=4 \in \mathbb{R}$$

Exercițiul 5/Sub. I/simulare/ M_mate-info/2021

5. Segmentele AB și $A'B'$ au același mijloc. Demonstrați că $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BA'} = \vec{0}$.

R: Fie $M(x_M, y_M)$ mijlocul segmentelor AB și $A'B'$

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_B}{2} \\ x_M &= \frac{x_{A'} + x_{B'}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A + x_B = x_{A'} + x_{B'} , \quad \left. \begin{aligned} y_M &= \frac{y_A + y_B}{2} \\ y_M &= \frac{y_{A'} + y_{B'}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_A + y_B = y_{A'} + y_{B'}$$

$$\overrightarrow{AB'} = (x_{B'} - x_A) \cdot \vec{i} + (y_{B'} - y_A) \cdot \vec{j}$$

$$\overrightarrow{BA'} = (x_{A'} - x_B) \cdot \vec{i} + (y_{A'} - y_B) \cdot \vec{j}$$

$$\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BA'} = (x_{B'} - x_A) \cdot \vec{i} + (y_{B'} - y_A) \cdot \vec{j} + (x_{A'} - x_B) \cdot \vec{i} + (y_{A'} - y_B) \cdot \vec{j}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BA'} = (x_{B'} - x_A + x_{A'} - x_B) \cdot \vec{i} + (y_{B'} - y_A + y_{A'} - y_B) \cdot \vec{j}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BA'} = ((x_{A'} + x_{B'}) - (x_A + x_B)) \cdot \vec{i} + ((y_{A'} + y_{B'}) - (y_A + y_B)) \cdot \vec{j}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BA'} = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} = \vec{0}, (A)$$

Exercițiul 5/Sub. I/varianta 6/ M_mate-info/2020

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M(-4,4)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul M și este perpendiculară pe dreapta OM .

R: Ecuația dreptei d este : $d: y - y_M = m_d(x - x_M)$

Știm că $d \perp OM \Leftrightarrow m_d \cdot m_{OM} = -1$, unde $O(0,0)$

$$m_{OM} = \frac{y_M - y_O}{x_M - x_O} \Leftrightarrow m_{OM} = \frac{4-0}{-4-0} \Rightarrow m_{OM} = -1, \quad m_d \cdot m_{OM} = -1 \Leftrightarrow m_d \cdot (-1) = -1 \Rightarrow m_d = 1$$

$$\text{Prin urmare ecuația dreptei } d \text{ este : } d: y - 4 = 1 \cdot (x - (-4)) \Leftrightarrow d: y - 4 = x + 4 \Rightarrow d: y = x + 8$$

FIȘĂ CU SUGESTII PENTRU REZOLVAREA COMPLETĂ A EXERCITIILOR

Clasa a X-a **Dreapta**

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Exercițiul 5/Sub. I/varianta 6/ M_pedagogic/2020

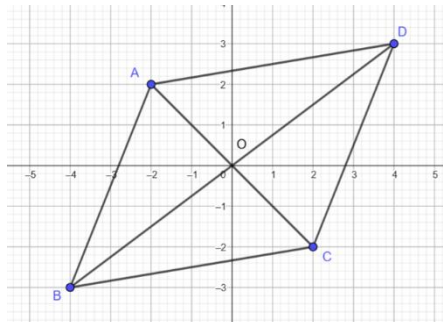
5. Se consideră un paralelogram $ABCD$ și O , punctul de intersecție a dreptelor AC și BD . Arătați că

$$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}).$$

R: $ABCD$ paralelogram deci $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
 AC și BD sunt diagonale și $AC \cap BD = \{O\}$

$$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC} \Rightarrow \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AC}$$

Prin urmare avem $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}), (A)$



Exercițiul 5/Sub. I/varianta 6/ M_tehnologic/2020

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,1)$, $B(-4,1)$ și $C(0,4)$. Determinați lungimea înălțimii din vârful C în triunghiul ABC .

Metoda 1.

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$AC = \sqrt{(0-4)^2 + (4-1)^2}$$

$$AC = \sqrt{16+9} = \sqrt{25}$$

$$AC = 5$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$BC = \sqrt{(0+4)^2 + (4-1)^2}$$

$$BC = \sqrt{16+9} = \sqrt{25}$$

$$BC = 5$$

$AC = BC$ deci triunghiul ABC este isoscel ,

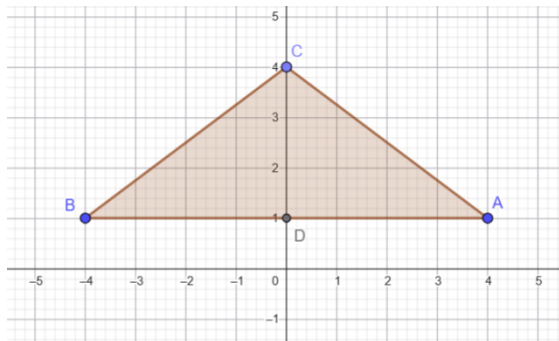
$A(4,1), B(-4,1) \Rightarrow D(0,1)$ este mijlocul segmentului AB

Înălțimea triunghiului ABC dusă din C este CD

$$CD = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2}$$

$$CD = \sqrt{(0-0)^2 + (4-1)^2}$$

$$CD = \sqrt{9} \Rightarrow CD = 3$$



FIȘĂ CU SUGESTII PENTRU REZOLVAREA COMPLETĂ A EXERCITIILOR

Clasa a X-a **Dreapta**

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Metoda 2.

Înălțimea triunghiului ABC dusă din C este $d(C, AB)$ (distanța de la C la dreapta AB)

Aflăm ecuația dreptei AB

$$AB: y - y_A = m_{AB} \cdot (x - x_A), \quad m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - 1}{-4 - 4} \Rightarrow m_{AB} = \frac{0}{-8} = 0$$

$$AB: y - 1 = 0 \cdot (x - 4) \Rightarrow AB: y - 1 = 0$$

$$d(C, AB) = \frac{a \cdot x_C + b \cdot y_C + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \left. \begin{array}{l} AB: y - 1 = 0 \\ AB: ax + by + c = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 0, b = 1, c = -1$$

$$\Rightarrow d(C, AB) = \frac{0 \cdot 0 + 1 \cdot 4 - 1}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = \frac{3}{1} = 3$$

OBS. Ecuația dreptei AB se poate afla și $AB: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow AB: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ -4 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

$$\Leftrightarrow AB: (x \cdot 1 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \cdot 1 + y \cdot 1 \cdot (-4)) - (1 \cdot 1 \cdot (-4) + 1 \cdot 1 \cdot x + 4 \cdot y \cdot 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow AB: \cancel{x} + 4 - 4y + 4\cancel{x} - 4y = 0 \Leftrightarrow AB: -8y + 8 = 0 \mid :(-8)$$

$$\Rightarrow AB: y - 1 = 0$$

Exercițiul 5/Sub. I/varianta 3/ M_mate-info/2020

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$, $B(2,3)$ și $C(4,a)$, unde a este un număr real. Determinați numărul real a , știind că punctul C este situat pe mediatoarea segmentului AB .

R: Metoda 1.

CD este mediatoarea segmentului AB

$$CD \perp AB \Leftrightarrow m_{CD} \cdot m_{AB} = -1$$

$D(x_D, y_D)$ este mijlocul segmentului AB

$$x_D = \frac{x_A + x_B}{2} \Leftrightarrow x_D = \frac{0 + 2}{2} = \frac{2}{2} \Rightarrow x_D = 1$$

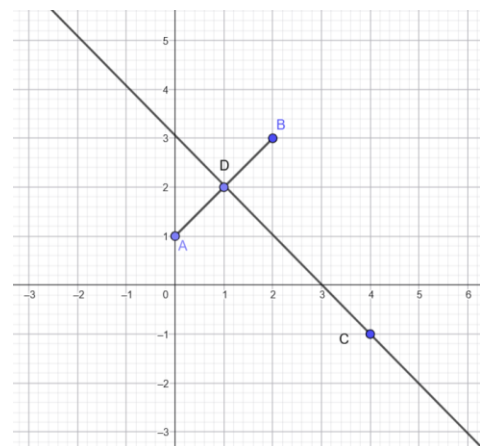
$$y_D = \frac{y_A + y_B}{2} \Leftrightarrow y_D = \frac{1 + 3}{2} = \frac{4}{2} \Rightarrow y_D = 2$$

$$\Rightarrow D(1, 2)$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Leftrightarrow m_{AB} = \frac{3 - 1}{2 - 0} = \frac{2}{2} \Rightarrow m_{AB} = 1$$

$$m_{CD} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} \Leftrightarrow m_{CD} = \frac{2 - a}{1 - 4} \Rightarrow m_{CD} = \frac{a - 2}{3},$$

$$m_{CD} \cdot m_{AB} = -1 \Leftrightarrow \frac{a - 2}{3} \cdot 1 = -1 \Leftrightarrow \frac{a - 2}{3} = -1 \Rightarrow a - 2 = -3 \Rightarrow a = -1$$



FIȘĂ CU SUGESTII PENTRU REZOLVAREA COMPLETĂ A EXERCITIILOR

Clasa a X-a _Dreapta

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Metoda 2.

CD este mediatoarea segmentului AB , înseamnă că $CA = CB$

$$CA = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} \Leftrightarrow CA = \sqrt{(0 - 4)^2 + (1 - a)^2} \Leftrightarrow CA = \sqrt{(-4)^2 + (1 - a)^2}$$

$$CA = \sqrt{16 + (1 - a)^2}$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} \Leftrightarrow CB = \sqrt{(2 - 4)^2 + (3 - a)^2} \Leftrightarrow CB = \sqrt{(-2)^2 + (3 - a)^2}$$

$$CB = \sqrt{4 + (3 - a)^2}$$

$$CA = CB \Leftrightarrow \sqrt{16 + (1 - a)^2} = \sqrt{4 + (3 - a)^2}$$

$$\Rightarrow 16 + (1 - a)^2 = 4 + (3 - a)^2 \Leftrightarrow 16 + 1 - 2a + a^2 = 4 + 9 - 6a + a^2$$

$$\Rightarrow 4a = -4 \Rightarrow a = -1$$