

FIȘĂ _ REZOLVAREA COMPLETĂ A DIFERITELOR TIPURI DE EXERCITII

Clasa a IX-a _Funcția de gr. I

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Funcția de gradul I _recapitulare teorie

Def. Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ se numește **funcție de gradul I**

$$G_f = \{(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x \in \mathbb{R}, y = f(x)\} \text{ graficul funcției } f$$

Reprezentarea grafică a mulțimii G_f

Cu ajutorul intersecțiilor graficului cu axele de coordonate:

$$G_f \cap Ox: y = f(x) = 0 \Leftrightarrow ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \mid :a \Rightarrow x = -\frac{b}{a} \text{ deci}$$

$$G_f \cap Ox = \left\{ A\left(-\frac{b}{a}; 0\right) \right\}$$

$$G_f \cap Oy: x = 0 \Rightarrow y = f(0) = b \text{ deci } G_f \cap Oy = \{B(0; b)\}$$

Monotonia funcției de gradul I

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ este

- strict crescătoare dacă $a > 0$
- strict descrescătoare dacă $a < 0$

Semnul funcției de gradul I

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$$

Se rezolvă ecuația $f(x) = 0 \Leftrightarrow ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$

Se completează un tabel

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x) = ax + b$	Semnul opus lui a	0	Semnul lui a

FIȘĂ _ REZOLVAREA COMPLETĂ A DIFERITELOR TIPURI DE EXERCIIClasa a IX-a _**Funcția de gr. I**

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Exercițiul 2/ Sub. I/Varianta 3/M_șt-nat /20132. Calculați $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$

Metoda 1	Metoda 2
Calculăm efectiv fiecare valoare și apoi adunăm $f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$ $f(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$ $f(3) = 2 \cdot 3 - 1 = 5$ $f(4) = 2 \cdot 4 - 1 = 7$ $f(5) = 2 \cdot 5 - 1 = 9$ $f(6) = 2 \cdot 6 - 1 = 11$ $f(7) = 2 \cdot 7 - 1 = 13$ $f(8) = 2 \cdot 8 - 1 = 15$ $f(9) = 2 \cdot 9 - 1 = 17$ $f(10) = 2 \cdot 10 - 1 = 19$ $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ $= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$ $= (1 + 19) + (3 + 17) + (5 + 15) + (7 + 13) + (9 + 11)$ $= 5 \cdot 20$ $= 100$	Scriem ce înseamnă valorile adunate $f(1) = 2 \cdot 1 - 1$ $f(2) = 2 \cdot 2 - 1$ $f(3) = 2 \cdot 3 - 1$ $f(4) = 2 \cdot 4 - 1$ $f(5) = 2 \cdot 5 - 1$ $f(6) = 2 \cdot 6 - 1$ $f(7) = 2 \cdot 7 - 1$ $f(8) = 2 \cdot 8 - 1$ $f(9) = 2 \cdot 9 - 1$ $f(10) = 2 \cdot 10 - 1$ Adunăm aceste relații $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ $= 2(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) - 1 \cdot 10$ Pentru suma $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$ putem folosi calculul direct și obținem $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$ Sau putem folosi formula pentru calculul sumei primilor n numere naturale $S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ Adică $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$ Prin urmare $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ $= 2(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) - 1 \cdot 10$ $= 2 \cdot 55 - 10$ $= 110 - 10$ $= 100$

FIȘĂ _ REZOLVAREA COMPLETĂ A DIFERITELOR TIPURI DE EXERCITIIClasa a IX-a _**Funcția de gr. I**

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Exercițiul 2/ Sub. I/Varianta 2/ M_șt-nat /20132. Calculați $f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(5)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 2$.

Calculăm efectiv valorile și apoi înmulțim

$$f(1) = 1 - 2 = -1$$

$$f(2) = 2 - 2 = 0$$

$$f(5) = 5 - 2 = 3$$

am observat că $f(2) = 0$ și cum avem de calculat un produs, e clar că acesta va fi 0.

$$f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(5)$$

$$= (-1) \cdot 0 \cdot \dots \cdot 3$$

$$= 0$$

Exercițiul 2/ Sub. I/Varianta 9/ M_tehnologic/20142. Determinați numărul real m , știind că $f(m) = 1$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 4$.Știm că $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 4$ și că $f(m) = 1$, se cere numărul real m

$$f(m) = 1 \Leftrightarrow m - 4 = 1 \Rightarrow m = 5 \in \mathbb{R} \text{ care este soluție}$$

Exercițiul 2/ Sub. I/Varianta 7/M_mate-info/20142. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 3x - 5$

Știm că $G_f = \{(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x \in \mathbb{R}, y = f(x)\}$ și că punctul de intersecție a graficelor a două funcții $G_f \cap G_g = \{A(x, y)\}$ se află rezolvând un sistem

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ y = 3x - 5 \end{cases} \text{ sistem de două ecuații de gradul I și două necunoscute care, se poate}$$

rezolva prin metoda substituției sau metoda reducerii la alegerea elevului!

FIȘĂ _ REZOLVAREA COMPLETĂ A DIFERITELOR TIPURI DE EXERCIȚIIClasa a IX-a _ **Funcția de gr. I**

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Metoda substituției

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = x - 1 \\ y = 3x - 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ x - 1 = 3x - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ -2x = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ x = 2 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} y = 2 - 1 = 1 \\ x = 2 \end{cases} \end{aligned} \quad \text{rezultă că } G_f \cap G_g = \{A(2,1)\}$$

Sau Metoda reducerii

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = x - 1 \\ y = 3x - 5 \end{cases} &\cdot (-1) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ -y = -3x + 5 \end{cases} & \quad \text{înlocuim pe } x \text{ cu } 2 \text{ în expresia lui } y \text{ și obținem } y = 2 - 1 = 1 \\ \hline 0 = -2x + 4 &\Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

$$\text{rezultă că } G_f \cap G_g = \{A(2,1)\}$$

Exercițiul 2/ Sub. I/Varianta 5/M_șt-nat /20142. Determinați numărul real m știind că punctul $M(m,1)$ aparține graficului funcției

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 3.$$

$$\begin{aligned} G_f &= \{(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x \in \mathbb{R}, y = f(x)\} \\ \text{Știm că } &\Rightarrow M(x, y) \in G_f \Leftrightarrow y = f(x) \quad \text{prin urmare} \end{aligned}$$

$$M(m,1) \in G_f \Leftrightarrow 1 = f(m) \Leftrightarrow 1 = m - 3 \Rightarrow m = 4 \in \mathbb{R} \text{ care este soluție}$$

Exercițiul 2/ Sub. I/Varianta 5/ M_tehnologic/20142. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 4$ cu axa Oy .

$$\text{Știm că } G_f \cap Oy: x = 0 \Rightarrow y = f(0) \quad \text{deci } G_f \cap Oy = \{B(0; y)\}$$

$$y = f(0) \Rightarrow y = 0 + 4 = 4 \quad \text{deci } G_f \cap Oy = \{B(0; 4)\}$$

FIȘĂ _ REZOLVAREA COMPLETĂ A DIFERITELOR TIPURI DE EXERCIIClasa a IX-a _**Funcția de gr. I**

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Exercițiul 2/ Sub. I/Varianta 8/ M_șt-nat /20162. Calculați $(g \circ f)(0)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 2016$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x - 2016$ Știm că $(g \circ f)(x) = g(f(x))$, calculăm mai întâi această funcție înlocuind în $g(x)$ pe x cu $f(x)$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) \Leftrightarrow g(f(x)) = f(x) - 2016 \Leftrightarrow g(f(x)) = x + 2016 - 2016 \Rightarrow g(f(x)) = x$$

Acum finalizăm înlocuind pe x cu 0 $(g \circ f)(0) = g(f(0)) = 0$ **Exercițiul 2/ Sub. I/Varianta 5/ M_pedagogic /2016**2. Determinați valorile reale ale lui x , pentru care $f(x) \geq g(x)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x + 4$ Avem de rezolvat inecuația $f(x) \geq g(x)$, $x \in \mathbb{R}$

$$f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow 3x - 2 \geq x + 4 \Leftrightarrow 2x \geq 6 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow x \in [3, +\infty)$$

Exercițiul 2/ Sub. I/Varianta 9/M_șt-nat /20162. Determinați valoarea maximă a funcției $f: [1, 5] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 3$.**Metoda 1.**Știm că funcția de gradul I $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$, este strict crescătoare dacă $a > 0$ și strict descrescătoare dacă $a < 0$.Funcția noastră este $f: [1, 5] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 3$ cu $a = 1 > 0$ deci este funcție strict crescătoare pe intervalul $[1, 5]$ adică valoarea maximă a funcției pe acest interval este $f(5) = 5 - 3 = 2$.**Metoda 2.**Avem funcția $f: [1, 5] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 3$ deducem că $x \in [1, 5] \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 5$

Construim acum funcția dată

$$x \in [1, 5] \Leftrightarrow$$

$$1 \leq x \leq 5 \mid -3 \Rightarrow -2 \leq x - 3 \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq f(x) \leq 2 \quad \text{prin urmare valoarea maximă a funcției este 2.}$$

FIȘĂ _ REZOLVAREA COMPLETĂ A DIFERITELOR TIPURI DE EXERCIIClasa a IX-a _**Funcția de gr. I**

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Exercițiul 2/ Sub. I/Varianta 10/M_pedagogic /2017

2. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale nenule inecuația $3(x-1) < 6$.

Observăm că inegalitatea se poate împărți cu $3 > 0$ ceea ce înseamnă că nu se schimbă semne sau sensul inegalității

$$3(x-1) < 6 : 3 \Rightarrow x-1 < 2 \Leftrightarrow x < 3 \Rightarrow x \in (-\infty, 3)$$

Exercițiul 2/ Sub. I/Varianta 3/M_șt-nat /2018

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 2$. Determinați numerele naturale n , pentru care $f(n) < 8$.

Se dă relația $f(n) < 8$, înlocuim pe x cu n în expresia funcției

$$f(n) < 8 \Leftrightarrow 3n + 2 < 8 \Rightarrow 3n < 6$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} n < 2 \\ n \in \mathbb{N} \end{array} \right\} \Rightarrow n \in \{0, 1\}$$