

FIȘĂ _ REZOLVAREA COMPLETĂ A DIFERITELOR TIPURI DE EXERCIȚIIClasa a IX-a _ **Funcția de gr. II**

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Exercițiul 2/Sub. I/varianta 3/ M_mate-info/20132. Calculați distanța dintre punctele de intersecție cu axa Ox a graficului funcției

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x + 3.$$

Rezolvare:

$$G_f \cap Ox: y = f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 \Rightarrow \Delta = 4 > 0 \Rightarrow x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\text{Soluțiile ecuației sunt: } x_1 = \frac{-(-4) + \sqrt{4}}{2 \cdot 1}, \quad x_2 = \frac{-(-4) - \sqrt{4}}{2 \cdot 1},$$

$$x_1 = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad x_2 = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{prin urmare } G_f \cap Ox = \{A(1;0), B(3;0)\}$$

distanța dintre două puncte se calculează cu formula $d(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

înlocuim valorile și obținem

$$d(A, B) = \sqrt{(3-1)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{4} = 2$$

Exercițiul 2/Sub. I/varianta 4/ M_mate-info/20132. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x + 2$.**Rezolvare:**Pentru $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$, vârful parabolei este

$$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$a = 1, b = -4, c = 2$$

În cazul nostru avem $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x + 2$ deci $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2$

$$\Delta = 4$$

$$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow V\left(-\frac{-4}{2 \cdot 1}; -\frac{4}{4 \cdot 1}\right) \Rightarrow V(2, -1)$$

FIȘĂ _ REZOLVAREA COMPLETĂ A DIFERITELOR TIPURI DE EXERCIȚII

Clasa a IX-a _Funcția de gr. II

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Exercițiul 2/Sub. I/varianta 9/ M_mate-info/2014

2. Arătați că parabola asociată funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x + 1$ este tangentă la axa Ox .

Rezolvare:

$\Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}; x_1, x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow G_f \cap Ox = \left\{ A\left(\frac{-b}{2a}; 0\right) \right\}$ rezultă că G_f este tangent la axa Ox , în punctul A .

Prin urmare

Intersecția cu axa Ox : $G_f \cap Ox: y = f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$

$a = 1, b = 2, c = 1$ și calculăm $\Delta = b^2 - 4ac \Leftrightarrow \Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$ deci G_f este tangent la axa Ox

Exercițiul 2/Sub. I/varianta 7/ M_șt-nat/2014

2. Determinați valoarea minimă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x - 10$.

Rezolvare:

Vârful parabolei este: $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

dacă $a > 0$ vârful este **punctul de minim** al funcției iar **valoarea minimă a funcției** este

$$y_{\min} = y_V = -\frac{\Delta}{4a}$$

Prin urmare $a = 1, b = -2, c = -10$ și calculăm

$$\Delta = b^2 - 4ac \Leftrightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) \Rightarrow \Delta = 4 + 40 = 44$$

$$\text{Cum } a = 1 > 0 \text{ rezultă că } y_{\min} = y_V = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow y_V = -\frac{44}{4 \cdot 1} = -11$$

Exercițiul 2/Sub. I/varianta 1/ M_șt-nat/2014

2. Arătați că $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 23$ știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 3x + 10 = 0$.

Rezolvare:

Fiind vorba despre soluțiile ecuației de gradul II și anume suma și produsul lor, folosim relațiile lui **Viète**

Scriem coeficienții ecuației: $a = 1, b = -3, c = 10$

FIȘĂ _ REZOLVAREA COMPLETĂ A DIFERITELOR TIPURI DE EXERCIȚIIClasa a IX-a _ **Funcția de gr. II**

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Obținem:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{1} = 3 \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{10}{1} = 10 \end{cases}$$
 înlocuim în relația dată :

$$x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 23 \Leftrightarrow 3 + 2 \cdot 10 = 23 \Leftrightarrow 23 = 23, (A)$$

Exercițiul 2/Sub. I/varianta 5/ M_mate-info/2014

2. Arătați că parabola asociată funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + x + 4$ este situată deasupra axei Ox .

Rezolvare:

vârful parabolei este: $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ și dacă $a > 0$ vârful este punctul de minim

În cazul nostru $a = 1 > 0$ $b = 1$, $c = 4$ $\Delta = b^2 - 4ac \Leftrightarrow \Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 \Rightarrow \Delta = 1 - 16 = -15$

$$V\left(-\frac{1}{2 \cdot 1}; -\frac{-15}{4 \cdot 1}\right) \Rightarrow V\left(-\frac{1}{2}; \frac{15}{4}\right) \text{ deci } y_{\min} = y_v > 0 \text{ ceea ce înseamnă că punctul de minim,}$$

respectiv parabola se află deasupra axei Ox

Exercițiul 2/Sub. I/varianta 1/ M_mate-info/2016

2. Determinați numărul real a , Știind că punctul $A(1, a)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 4$.

Rezolvare:

$$G_f = \{(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x \in \mathbb{R}, y = f(x)\} \text{ prin urmare}$$

$$A(x, y) \in G_f \Leftrightarrow y = f(x)$$

$$A(1, a) \in G_f \Leftrightarrow a = f(1) \Leftrightarrow a = 1^2 + 4 \Rightarrow a = 5 \in \mathbb{R}$$

Exercițiul 2/Sub. I/varianta 4/ M_mate-info/2017

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 1$. Calculați $(f \circ f)(1)$.

$$\textbf{Rezolvare: } (f \circ g)(x) = f(g(x)) \text{ deci } (f \circ f)(x) = f(f(x)) \Rightarrow (f \circ f)(1) = f(f(1))$$

$$\text{Calculăm } f(1) = 1^2 - 1 = 0 \text{ deci } f(f(1)) = f(0) = 0^2 - 1 \Rightarrow f(f(1)) = -1$$

FIȘĂ _ REZOLVAREA COMPLETĂ A DIFERITELOR TIPURI DE EXERCIȚIIClasa a IX-a _ **Funcția de gr. II**

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

Exercițiul 2/Sub. I/simulare bac/ M_șt-nat/2017

2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 2m = 0$. Determinați numărul real $m, m \neq 0, m \neq 1$ pentru care $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 4$.

Rezolvare:

Avem relația între rădăcini $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 \cdot x_2} = 4 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 4x_1 \cdot x_2$

Știm că $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ deci

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$ relația devine $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 4x_1 \cdot x_2$

$x^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 2m = 0$ are coeficienții $a=1, b=-2(m-1), c=2m^2 - 2m$

Scriem relațiile lui Viète

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-2(m-1)}{1} = 2(m-1) \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2m^2 - 2m}{1} = 2m^2 - 2m \end{cases} \quad \text{înlocuim în relație}$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 4x_1 \cdot x_2$$

$$(-2(m-1))^2 - 2(2m^2 - 2m) = 4(2m^2 - 2m)$$

$$4(m-1)^2 - 4m^2 + 4m = 8m^2 - 8m \Rightarrow 4m^2 - 8m + 4 + 4m - 8m^2 + 8m = 0$$

$$-8m^2 + 4m + 4 = 0 \quad | :4 \Rightarrow -2m^2 + m + 1 = 0$$

$$a = -2, b = 1, c = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1$$

$$\Delta = 9$$

$$m_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$m_1 = \frac{-1 + \sqrt{9}}{2 \cdot (-2)} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$m_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$m_2 = \frac{-1 - 3}{2 \cdot (-2)} = \frac{-4}{-4} = +1$$

$$m_2 = 1 \text{ nu convine deci } S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$

Exercițiul 2/Sub. I/varianta 1/ M_pedagogic/2023

2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2 + 2$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n) \geq g(n)$.

Rezolvare:

$$f(n) \geq g(n) \Leftrightarrow 2n + 2 \geq n^2 + 2 \Rightarrow n^2 - 2n \leq 0$$

FIȘĂ _ REZOLVAREA COMPLETĂ A DIFERITELOR TIPURI DE EXERCIȚII

Clasa a IX-a _Funcția de gr. II

Prof. Mestecan Cornelia

Matematică (M_tehnologic, M_mate-info, M_st nat, M_pedagogic)

$$n^2 - 2n = 0 \quad n_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad n_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$a = 1, b = -2, c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad n_1 = \frac{2+2}{2} \quad n_2 = \frac{2-2}{2}$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 \quad n_1 = 2 \quad n_2 = 0$$

$$\Delta = 4$$

n	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
n^2-2n	+	0	-	0	+

$$\left. \begin{array}{l} n^2 - 2n \leq 0 \Rightarrow n \in [0, 2] \\ n \in \mathbb{N} \end{array} \right\} \Rightarrow S = \{0, 1, 2\}$$